تمرين عدد 1:

1) جواب:

$$IJ = \frac{1}{2}(AB+CD) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{2}+1} + \frac{2}{\sqrt{2}-1}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$= \sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1 = 2\sqrt{2}.$$

2) جواب:

$$L = \pi R g.$$

$$g = \sqrt{R^2+h^2} = \sqrt{2}R$$

$$\longrightarrow L = \sqrt{2}\pi R^2 \longrightarrow R^2 = \frac{L}{\sqrt{2}\pi} = \frac{g\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}\pi} = g.$$

$$\longrightarrow R = 3 \longrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}\pi \times 3^3 = g\pi.$$

3) جواب:

$$16\pi \leq A \leq 36\pi \longrightarrow 16\pi \leq 4\pi R^2 \leq 36\pi$$

$$\longrightarrow 4 \leq R^2 \leq 9 \longrightarrow 2 \leq R \leq 3.$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \longrightarrow 8 \leq R^3 \leq 27 \longrightarrow \frac{32}{3}\pi \leq \frac{4}{3}\pi R^3 \leq 36\pi$$

$$\frac{30}{3}\pi \leq \frac{32}{3}\pi \leq V \leq 36\pi \longrightarrow 10\pi \leq V \leq 36\pi.$$

4) جواب:

$$AC' = \sqrt{3}\,AB \longrightarrow AB = \frac{AC'}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}.$$

تمرين عدد 2:

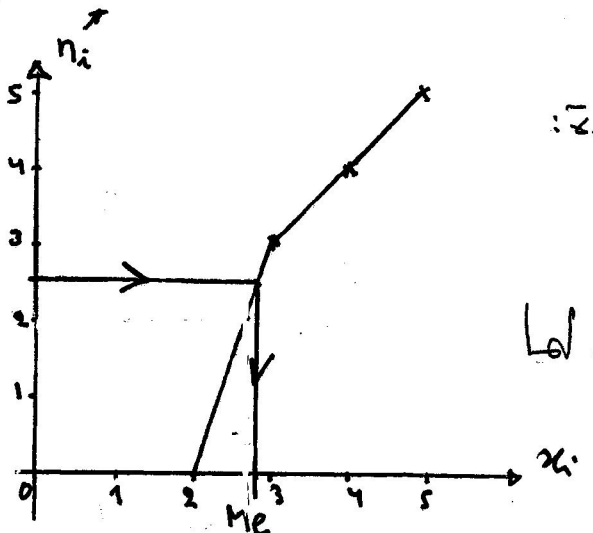
1) جدول التكرارات التراكمية الصاعدة:

$[4;5[$	$[3;4[$	$[2;3[$	x_i
5	4	3	n_i ↗

ب) من خلال الرسم البياني

$\frac{N}{2} = 45$ و القيمة x_i الموافقة لها

$Me \simeq 2,8.$



---

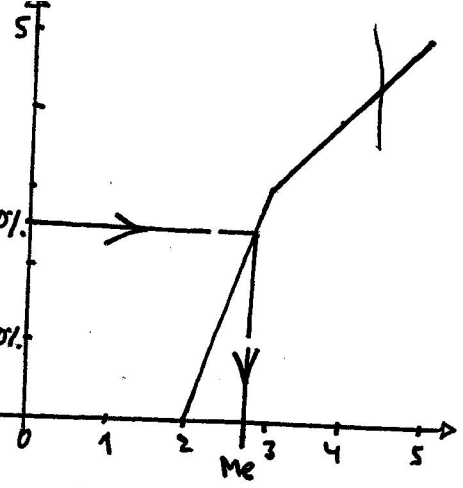
2) أ) جدول التواترات التراكمية الصاعدة

$[4;5[$	$[3;4[$	$[2;3[$	x_i
5	4	3	f_i ↗

ب) من خلال الرسم البياني

القيمة x_i الموافقة لـ 50%

$Me \simeq 2,8.$



تمرين عدد 3:

* عدد الإمكانيات توزيع الميداليات: الفضية الذهبية البرونزية

$8 \times 9 \times 10 = 720$ إمكانيات

* يحتل الفريق A على ميداليتين فقط

$2 \times 8 \times 7$	ذهبية فضية
$8 \times 2 \times 7$	فضية برونزية
$8 \times 7 \times 2$	ذهبية برونزية

يحتل الفريق A على ذهبية وفضية:

$2 \times 1 \times 8$	ذهبية وبرونزية
$2 \times 8 \times 1$	فضية وبرونزية
$8 \times 2 \times 1$	

عدد الإمكانيات $= 2\times8\times7\times3 + 8\times2\times3$

$= 2\times3\times8\times8 = 6\times8\times8.$

الاحتمال: $\frac{8\times8\times6}{10\times9\times8} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

بطريقة أخرى:

عدد الإمكانيات أن يحتل الفريق A على أي ميداليتين $8\times7\times6$

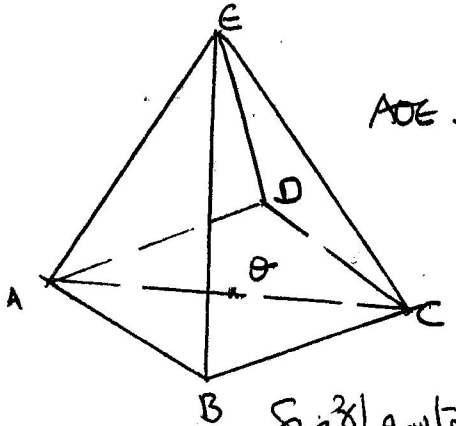
لكن إحتمال أن A تحل لفريق A كلي أي مسألة

$$\frac{8\times7\times6}{10\times9\times8} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}.$$

← احتمال أن تحل A كل مسألة واحدة كل الأسئلة

$$1-\frac{7}{15} = \frac{8}{15}.$$

تمرين عدد 4:



1) شعاع الكرة (S): $\frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

مساعدة: سنستعمل في المثلث AOE العائم في O:

$$EA^2 = OA^2 + OE^2$$
$$= 2 + 2 = 4$$
$$\longrightarrow EA = 2.$$

قياس حرف الهرم:

إذن لكل وجه الجانبية للهرم مثلث متقايس الأضلاع

$$A(EAB) = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2 = \sqrt{3}$$

مساحة الوجه الجانبية $4A(EAB) = 4\sqrt{3}$

والمساحة الجملية:

$$4\sqrt{3} + 2^2 = 4 + 4\sqrt{3}$$

* حجم الهرم EABCD:

$$V = \frac{1}{3}\,2^2\times\sqrt{2} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

2) أ)

$O = A*C = E*F$

← AEBF متوازي أضلاع

← $(AF)\parallel(EC)$.

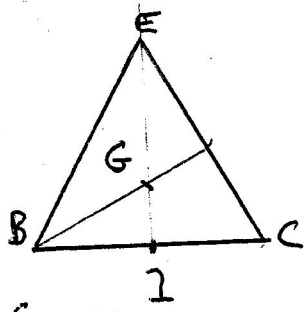
ب) $(EF)\perp(ABC)$ في O و (AC) محتوى في (ABC) ويمر من O

إذن $(AC)\perp(EF)$.

* المستقيم (AC) عمودي على (EF) وعمودي على (BD)

إذن (AC) عمودي على (EBD).

3) أ) G مركز ثقل المثلث المتقايس الأضلاع EBC.



إذن $I = B*C$ لأن

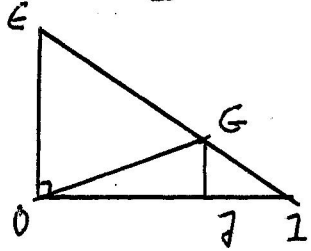
$$EG = \frac{2}{3}EI = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}\times BC = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2 = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

* المثلث OIE قائم في O.

لأن J المسقط العمودي لـ G على (OI).

← $(GJ)\parallel(OE)$

بالتشابه في OIE:



$$\frac{IJ}{IO} = \frac{IG}{IE} = \frac{JG}{OE}$$

$$\frac{IG}{IE} = \frac{1}{3}$$

$$\longrightarrow IJ = \frac{1}{3}OI = \frac{1}{3} \longrightarrow OJ = \frac{2}{3}$$

$$JG = \frac{1}{3}OE = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

بما أن OGJ: $OG^2 = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \longrightarrow OG = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

* في المثلث OEG: $OE^2 = 2$

$$OG^2 + EG^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2 = OE^2$$

إذن المثلث OEG قائم في G حسب عكس مبرهنة فيثاغورس

وبالتالي $(OG)\perp(EG)$